

Контрольная работа №3 по разделам «Законы сохранения в механике». «Статика».

Задача №1.

Горизонтально летящая пуля массой 10г застревает в деревянном бруске массой 0,05кг, подвешенном на нити длиной 1м. Определите скорость пули и энергию, которая израсходована на нагревание бруска. Брусок с пулей поднимается на высоту 8см.

Задача №2.

При взрыве покоящееся тело массой 25 кг разлетается на три части. Один кусок массой 5кг полетел под углом 90^0 ко второму куску массой 7кг. Определите скорость третьего куска, если скорость первого 10 м/с, скорость второго 5м/с.

Задача №3.

К стенке прикреплена лестница массой 15кг. Центр тяжести лестницы находится на расстоянии S , равном $1/3$ длины от её нижнего конца. Какую силу F нужно приложить к середине лестницы перпендикулярно к её длине, чтобы её верхний конец не оказывал давление на стенку? Угол между лестницей и стенкой 30^0 .

Задача №4.

Деревянный брусок лежит на наклонной плоскости. С какой силой нужно прижать брусок к наклонной плоскости, чтобы он оставался на ней в покое? Масса бруска 2кг, длина наклонной плоскости 1м, высота 60см. Коэффициент трения бруска о наклонную плоскость 0,4.

Задача №5.

Два шара массами 3 и 5кг скреплены стержнем, масса которого 2кг. Определить положение общего центра масс, если радиус первого шара 5см, второго 7см, длина стержня 30см.

Решение задач контрольной работы №3.

Задача №1.

Дано:

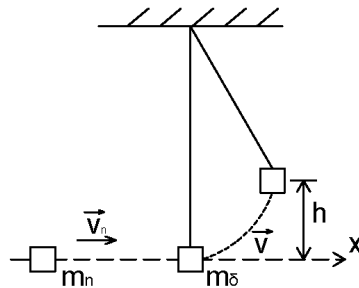
$$m_n = 10\text{г} = 0,01\text{кг}$$

$$m_б = 0,05\text{кг}$$

$$l = 1\text{м}$$

$$h = 8\text{см} = 0,08\text{м}$$

$$V_n - ? \Delta E - ?$$



$$m_n \vec{V}_n = (m_n + m_б) \vec{V}$$

$$m_n V_n = (m_n + m_б) V \quad (1)$$

После того, как пуля застревает в бруске, система (пуля + брусок) движется со скоростью \vec{V} , обладая при этом $E_k = \frac{(m_n + m_б) V^2}{2}$, которая переходит в

$$E_n = (m_n + m_б) gh$$

$$\frac{(m_n + m_б) V^2}{2} = (m_n + m_б) gh \quad (2)$$

Выразим из (1) «V»: $V = \frac{m_n V_n}{m_n + m_б}$ (3)

(3) подставим в (2): $\frac{(m_n + m_б) m_n^2 V_n^2}{2(m_n + m_б)^2} = (m_n + m_б) gh$

$$V_n^2 = \frac{2(m_n + m_б)^2 gh}{m_n^2}; \quad \boxed{V_n = \frac{m_n + m_б}{m_n} \sqrt{2gh}}$$

$$V_n = \frac{0,01 + 0,05}{0,01} \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,08} = 6 \cdot 1,265 \approx 7,6 \left(\frac{\text{М}}{\text{с}}\right)$$

E_k пули до взаимодействия $\frac{m_n V_n^2}{2}$. Часть этой энергии перешла в

$E_n = (m_n + m_б) gh$, остальная часть (ΔE) израсходована на нагревание, т.е.

$$\frac{m_n V_n^2}{2} = (m_n + m_б) gh + \Delta E$$

$$\Delta E = \frac{m_n V_n^2}{2} - (m_n + m_б) gh$$

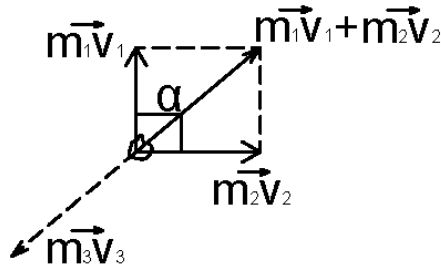
$$\Delta E = \frac{0,01 \cdot 57,76}{2} - 0,06 \cdot 10 \cdot 0,08 = 0,2888 - 0,048 = 0,2408 \approx 0,24 (\text{Дж})$$

Ответ: $\approx 7,6 \frac{\text{М}}{\text{с}}$; 0,24 Дж

Задача №2.

Дано:

$$\begin{aligned}
 v_0 &= 0 \\
 m &= 25 \text{ кг} \\
 m_1 &= 5 \text{ кг} \\
 \alpha &= 90^\circ \\
 m_2 &= 7 \text{ кг} \\
 v_1 &= 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\
 v_2 &= 5 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\
 \hline
 v_3 &=?
 \end{aligned}$$



$$m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + m_3 \vec{V}_3 = m \vec{V}_0$$

т.к. $v_0 = 0$, то $m \vec{V}_0 = 0$, тогда $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 + m_3 \vec{V}_3 = 0$ или $m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2 = -m_3 \vec{V}_3$, т.е. $|m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2| = |m_3 \vec{V}_3|$

$|m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2|$ - определим из прямоугольного треугольника по теореме Пифагора:

$$|m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2| = \sqrt{|m_1 \vec{V}_1|^2 + |m_2 \vec{V}_2|^2} = \sqrt{(5 \cdot 10)^2 + (7 \cdot 5)^2} \approx 61 \left(\frac{\text{кгм}}{\text{с}} \right)$$

тогда: $v_3 = \frac{|m_1 \vec{V}_1 + m_2 \vec{V}_2|}{m_3}$; $m_3 = m - (m_1 + m_2)$

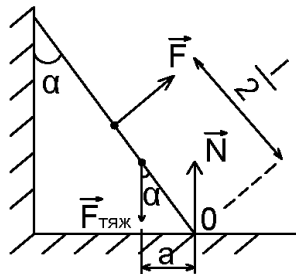
$$v_3 = \frac{61}{25 - (5 + 7)} = \frac{61}{13} \approx 4,7 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$$

Ответ: $\approx 4,7 \left(\frac{\text{м}}{\text{с}} \right)$

Задача №3.

Дано:

$$\begin{aligned}
 m &= 15 \text{ кг} \\
 S &= \frac{l}{3} \\
 \alpha &= 30^\circ \\
 \hline
 F &=?
 \end{aligned}$$



Т.к. лестница не будет оказывать давление на стенку, то на неё будут действовать три силы: $\vec{F}_{\text{тяж}}$, \vec{N} - сила реакции опоры и \vec{F} .

Лестница может вращаться вокруг точки О. Рассмотрим моменты сил относительно т.О.

$$M_F = F \cdot \frac{l}{2};$$

$$M_{\text{тяж}} = F_{\text{тяж}} \cdot a; F_{\text{тяж}} = mg; a = S \sin \alpha = \frac{l}{3} \sin \alpha$$

$$M_{F_{\text{тяж}}} = mg \frac{l}{3} \sin \alpha$$

$M_N = 0$, т.к. плечо этой силы равно нулю.

Условие равновесия:

$$M_F = M_{F_{\text{тяж}}}$$
$$F \cdot \frac{l}{2} = mg \frac{l}{3} \sin \alpha \text{ или } F = \frac{2}{3} mg \sin \alpha$$
$$F = \frac{2 \cdot 15 \cdot 10 \cdot 0,5}{3} = 50(\text{Н})$$

Ответ: 50н.

Задача №4.

Дано:

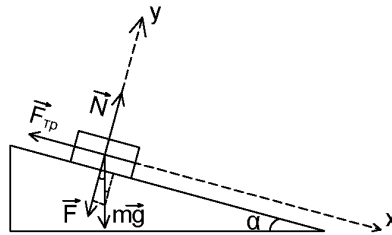
$$m = 2\text{кг}$$

$$l = 1\text{м}$$

$$h = 60\text{см} = 0,6\text{м}$$

$$\mu = 0,4$$

$$F - ?$$



Условие равновесия:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{F}_{\text{тр}} + \vec{N} = 0$$

В проекциях на x: $mg \sin \alpha - F_{\text{тр}} = 0$

В проекциях на y: $N - F - mg \cos \alpha = 0 \Rightarrow N = F + mg \cos \alpha$

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu F + \mu mg \cos \alpha, \text{ тогда } mg \sin \alpha - \mu F - \mu mg \cos \alpha = 0$$

$$\mu F = mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

$$F = \frac{mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}{\mu}; \sin \alpha = \frac{h}{l} = 0,6$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = 0,8$$

$$F = \frac{20(0,6 - 0,4 \cdot 0,8)}{0,4} = 14(\text{Н})$$

Ответ: 14н

Задача №5.

Дано:

$$m_1 = 3\text{кг}$$

$$m_2 = 5\text{кг}$$

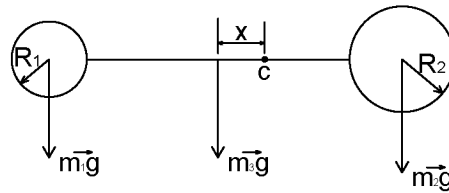
$$m_3 = 2\text{кг}$$

$$R_1 = 5\text{см} = 0,05\text{м}$$

$$R_2 = 7\text{см} = 0,07\text{м}$$

$$l = 30\text{см} = 0,3\text{м}$$

$x=?$



Условие равновесия:

$$M_2 - M_1 - M_3 = 0$$

$$M_2 = m_2 g \left(\frac{l}{2} - x + R_2 \right)$$

$$M_1 = m_1 g \left(\frac{l}{2} + x + R_1 \right)$$

$$M_3 = m_3 g x$$

$$m_2 g \left(\frac{l}{2} - x + R_2 \right) - m_1 g \left(\frac{l}{2} + x + R_1 \right) - m_3 g x = 0 (:g)$$

$$\frac{lm_2}{2} - m_2 x + m_2 R_2 - \frac{lm_1}{2} - m_1 x - m_1 R_1 - m_3 x = 0$$

$$\frac{lm_2}{2} + m_2 R_2 - \frac{lm_1}{2} - m_1 R_1 = x(m_1 + m_2 + m_3)$$

$$x = \frac{\frac{l}{2}(m_2 - m_1) + m_2 R_2 - m_1 R_1}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$x = \frac{0,15 \cdot 2 + 0,35 - 0,15}{10} = \frac{0,3 + 0,2}{10} = \frac{0,5}{10} = 0,05(\text{м})$$

Ответ: 0,05м